

正弦条件を満足するフレネルレンズ

—高屈折率法から最適実形状を導く新しい設計手法—

平松 崇^{*,**}・藤井 純輝^{*}・渋谷 真人^{*}・荒木 敬介^{***,****}・中楯 末三^{*}

^{*}東京工芸大学大学院工学研究科 〒243-0297 神奈川県厚木市飯山 1583

^{**}富士ゼロックス株式会社研究技術開発本部 〒259-0157 神奈川県足柄上郡中井町境 430 グリーンテクなかい

^{***}宇都宮大学オプティクス教育研究センター 〒321-8585 栃木県宇都宮市陽東 7-1-2

^{****}キヤノン株式会社オプティクス技術開発センター 〒146-8501 東京都大田区下丸子 3-30-2

Fresnel Lens Satisfying the Sine Condition

Takashi HIRAMATSU^{***}, Junki FUJII^{*}, Masato SHIBUYA^{*}, Keisuke ARAKI^{***,****} and Suezou NAKADATE^{*}

^{*}Graduate School of Engineering, Tokyo Polytechnic University, 1583 Iiyama, Atsugi-shi, Kanagawa 243-0297

^{**}Research & Technology Group, Fuji Xerox Co., Ltd., 430 Sakai, Nakai-machi, Ashigarakami-gun, Kanagawa 259-0157

^{***}Utsunomiya University Center for Optical Research & Education (CORE), 7-1-2 Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi 321-8585

^{****}Optics Technology Development Center, Canon Inc., 3-30-2 Shimomaruko, Ohta-ku, Tokyo 146-8501

We propose a method to design spherical Fresnel lenses of collecting sun light that generate no coma aberration in the vicinity of optical axis. Since conventional Fresnel lenses have been designed to have brazed surface relieves only on one side of the lens, the section point between the incident ray and outgoing ray does not locate on a sphere, the radius of which is equal to the focal length and the center of which is at the image-side focal point. Thus the sine condition is not satisfied and then coma aberration appears. To solve this problem, we consider Fresnel lens having brazed feature on both sides. We theoretically shows that the coma aberration is not generated. By practical lens designing, we demonstrate the validity of our theory. The proposed method is useful to decide the brazed feature of any Fresnel lens from the result of high refractive index method.

Key words: Fresnel lens, diffractive optical element (DOE), the sine condition, high refractive index method, optical design

1. はじめに

フレネルレンズに代表される階段形状が加えられたレンズはさまざまな分野で利用されている。たとえば集光型太陽光発電の分野においては、レンズ厚の薄肉化と焦点距離を両立するために、レンズ入射側が凸面であり、これに沿わせるように射出側が凸型フレネル面で構成された、射出側フレネル面型ドームレンズが提案されている¹⁾(Fig. 1 (a))。また、回折光学素子(diffractive optical element; DOE)の分野においても、回折による色消しと非球面作用を実現するために、曲面上にブレードをもたせたブレード型 DOE が利用されている²⁾。これらの例からも

わかるように、階段形状を加えるベースとなる面に曲率をもたせたドームレンズの採用が、さらなる結像性能の向上を実現している。

このようなフレネルレンズあるいはブレード型 DOE の有効な設計手法のひとつとして、フレネル面の屈折率が無限に大きく、かつレンズ厚がないものと仮定する高屈折率法が知られている^{2,3)}。さらに、高屈折率法から得られた位相差関数をもとに実形状のブレード頂角を求め、レンズ曲面に張り合わせることで、実形状が求められるとされている²⁾。しかし、高屈折率法を含めた既存の設計手法から得られる実形状の片側フレネル面型ドームレンズによる

E-mail: hiramatsu.takashi@fujixerox.co.jp

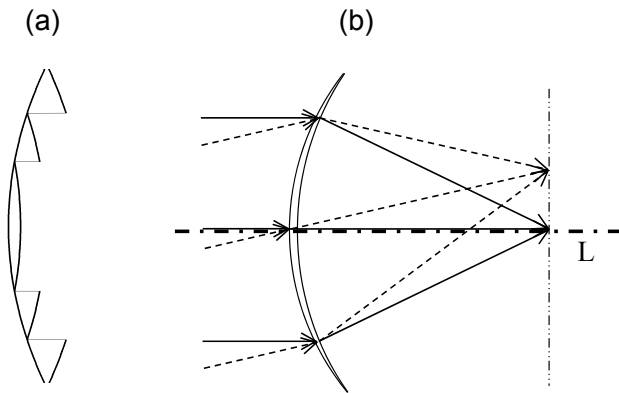


Fig. 1 Schematic view: (a) dome lens with the outgoing side Fresnel surface, (b) the high refractive index dome lens.

(0次回折光の) 光路は、正弦条件を満足しない。そのため、光軸近傍でもコマ収差が発生してしまうことが光学設計で確認できる(後述)。

そこで、本研究はあらたに、正弦条件を満足することで光軸近傍ではコマ収差が発生しないフレネル面型ドームレンズの実形状の満たすべき条件とその設計手法を提案する。第2章においては、正弦条件を満足する両側フレネル面型ドームレンズであれば光軸近傍でコマ収差が発生しないことを、理論的に証明する。第3章においては、実形状を求める具体的な手順を示し、光軸近傍でコマ収差が発生しないことを光学設計により示す。

フレネルレンズあるいはブレイズ型DOEの実形状を求める従来の手法は、特定の像点、多くは光軸上の像点に対してのみ、(たとえば高屈折率法で求められた) 所望の位相関数を満足するように片面をフレネル面とした形状を求めるものであった²⁾。これに対してわれわれの新しい設計手法は、位相関数だけでなく所望の入射光線・射出光線を得られるように、両面をフレネル面とするというものである。この手法は、高屈折率法の設計結果から実形状へ変換する一般的な設計原理として幅広く活用できる。フレネルレンズあるいはブレイズ型DOEを用いた画角の小さい光学系、たとえば太陽光集光用フレネルレンズ、ピックアップ光学系、観察光学系等では特に有効と考える。

2. 理 論

フレネル面型ドームレンズにおいて、光軸近傍でコマ収差が発生しない条件を示す。この条件は、非常に高い屈折率を有するドームレンズ(高屈折率法による設計)では満たされるが、有限の屈折率を有する片側フレネル面型ドームレンズでは満たされない。片側フレネル面型では正弦条件が満足されないからと考えられる。両側フレネル面型

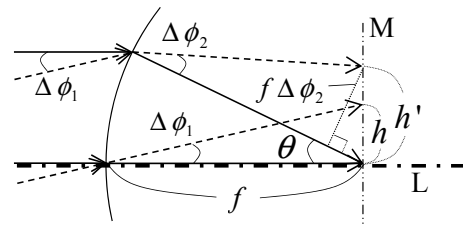


Fig. 2 The ray paths in the high refractive index dome lens.

ドームレンズであれば有限屈折率でも正弦条件を満足することができ、光軸近傍でコマ収差が発生しないと予想される。

2.1 光軸近傍でコマ収差が発生しない条件

屈折率を無限大とした高屈折率ドームレンズから光軸近傍でコマ収差が発生しない条件、すなわち、光軸に対して斜めに入射する光束において周辺光線と主光線の交点が像面上に乗るための条件を提示する。高屈折率ドームレンズの全体形状をFig. 1 (b)に模式的に表す。ただし、図では強調して描いてあるが、レンズは十分薄く、光軸と斜入射する光線のなす角度は十分小さいとする。

屈折率 n を無限大としたドームレンズへ入射する2種類の光束をFig. 2に表す。ここで、光軸 L は一点鎖線、像面 M は二点鎖線で表す。光軸に対し平行にレンズへ入射する光束は実線で表し、主光線と周辺光線のなす角は θ とする。また、光軸に対し角度 $\Delta\phi_1$ でレンズへ入射する光束は破線で表し、主光線と周辺光線が像面上に到達する高さはそれぞれ光軸から h, h' とする。光軸に平行な周辺光線と斜入射の周辺光線が像空間でなす角は $\Delta\phi_2$ 、ドームレンズの焦点距離は f とする。

図から、 $\Delta\phi_1$ が小さいとして、斜入射した主光線が像面と交わる高さ h は、

$$h = f\Delta\phi_1 \quad (1)$$

一方、斜入射した周辺光線が像面と交わる高さ h' は、ドームレンズは半径 f の球状なので、 $\Delta\phi_2$ が小さいとして、

$$h' = f\Delta\phi_2 / \cos \theta \quad (2)$$

である。この2式が等しければ光軸近傍でコマ収差は発生しない。したがって、光軸近傍でコマ収差の発生しない条件は次式となる。

$$\Delta\phi_2 = \Delta\phi_1 \cos \theta \quad (3)$$

2.2 片側フレネル面型ドームレンズにおけるコマ収差の発生

片側フレネル面型ドームは式(3)を満たさないことを示す。入射側フレネル面型ドームレンズの全体形状をFig. 3に表す。

Fig. 3の点線枠内を拡大し、光軸に対して平行あるいは

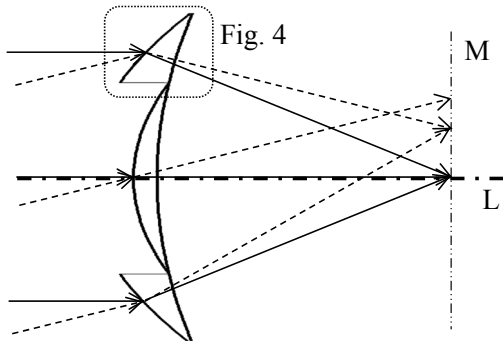


Fig. 3 Schematic view of dome lens with the incident side Fresnel surface.

斜めに微小プリズムへ入射する周辺光線の光路を Fig. 4 に表す。原理的な議論をするため、プリズムの面形状は直線に単純化して、輪帯のメリジョナル断面を微小なプリズムとして扱う。実際の有限な大きさのときも、曲面である屈折面の部分部分はプリズムの一部と考えられるので、このような単純化は原理的には問題ない。また、ここでは入射側フレネル面に対してのみ確認する。射出側フレネル面の場合も同様に議論できる。

ここで、プリズム AGH の頂角は α 、プリズムの屈折率は n とし、光軸 L は一点鎖線で表す。光軸に平行な入射光線は実線で表し、プリズムからの射出光線と光軸のなす角は θ とする。プリズム第 2 面 (AH 面) は焦点を中心とする球面の接線であり、光軸に平行な入射光線はこの面と直交して入射しかつ射出する。それゆえプリズム第 1 面 (AG 面) への入射角は $\theta + \alpha$ となる。第 1 面での屈折角は θ_1 とおくと、この場合図からすぐにわかるように $\theta_1 = \alpha$ となる。また、光軸に対し角度 $\Delta\phi_1$ でプリズムへ入射する光束は破線で表し、光軸に平行な入射光線とプリズム中でなす角は $\Delta\phi_1'$ 、プリズム第 2 面への入射角は $\Delta\phi_2' (= \Delta\phi_1')$ 、屈折角は $\Delta\phi_2$ とする。

光軸と平行にプリズム第 1 面へ入射する光線の屈折は、スネルの法則より、

$$\sin(\theta + \alpha) = n \sin \theta_1 = n \sin \alpha \quad (4)$$

となる。一方、光軸に対し斜めにプリズム第 1 面へ入射する光線の屈折は、スネルの法則より、

$$\sin(\theta + \alpha + \Delta\phi_1) = n \sin(\theta_1 + \Delta\phi_1') = n \sin(\alpha + \Delta\phi_1') \quad (5)$$

となる。ここで、斜入射の角度 $\Delta\phi_1$ が十分小さいとすると、 θ および α は光線の入射角によらない定数であるため、次式となる。

$$\sin(\theta + \alpha) + \Delta\phi_1 \cos(\theta + \alpha) = n(\sin \alpha + \Delta\phi_1' \cos \alpha) \quad (6)$$

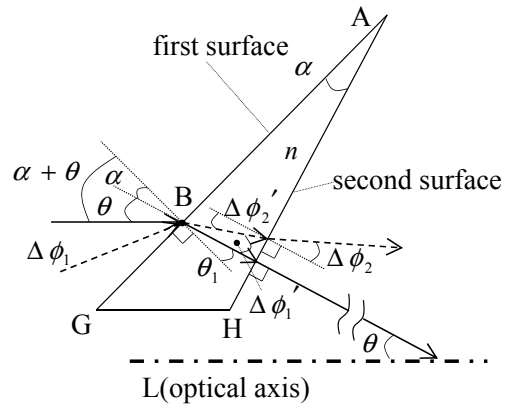


Fig. 4 The ray path of the marginal ray entering parallel to the optical axis and that entering oblique to the optical axis.

また第 2 面における屈折も同様に、

$$n \sin \Delta\phi_2' = n \sin \Delta\phi_1' = \sin \Delta\phi_2 \quad (7)$$

となり、 $\Delta\phi_2 \rightarrow 0$ とすると、

$$n \Delta\phi_1' = \Delta\phi_2 \quad (8)$$

となる。式 (4), (6), (8) より、

$$\Delta\phi_2 = \Delta\phi_1 \cos(\theta + \alpha) / \cos \alpha \quad (9)$$

これはコマ収差の非発生条件式 (3) と一致しない。したがって、片側フレネル面ドームは光軸近傍であってもコマ収差が発生することが示された。射出側フレネル面型ドームの場合も同様の議論が可能である。

2.3 非常に高い屈折率を有するドームレンズにおけるコマ収差の非発生

前節で示した片側フレネル面型ドームレンズの関係式に対して $n \rightarrow \infty$ とすると、プリズムの頂角 α はゼロに近づく。したがって、式 (9) は

$$\Delta\phi_2 = \Delta\phi_1 \cos \theta \quad (10)$$

となり、コマ収差の非発生条件式 (3) と一致する。したがって、高屈折率ドームレンズ、すなわち高屈折率法においては、光軸近傍でコマ収差が発生しないことが示された。

2.4 両側フレネル面型ドームレンズにおけるコマ収差の非発生

高屈折率ドームレンズにおいて光軸近傍でコマ収差が発生しないのは、入射光と射出光の交点が像側焦点を中心とした球面上に乗っていること、すなわち、正弦条件が満たされているためと考えられる。一方、入射側フレネル面型ドームレンズにおいては、入射光線と射出光線を延長して得られる交点 (Fig. 4 における点 B) はレンズの入射面上に乗っており、像側焦点を中心とした基準球面上に乗っていない。そのため正弦条件が満たされず、光軸近傍であってもコマ収差が発生すると考えられる。

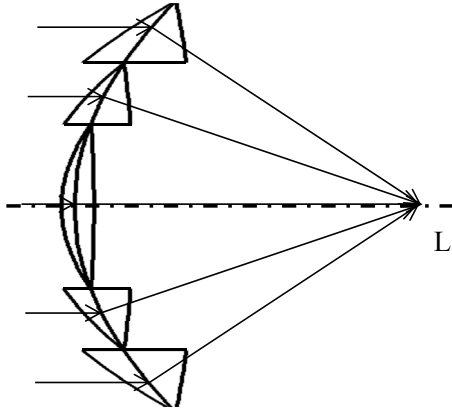


Fig. 5 Schematic view of dome lens with the both sides Fresnel surface.

有限屈折率をもつフレネルレンズにおいても、入射光と射出光の交点が基準球面上に乗れば正弦条件を満たすため、光軸近傍でコマ収差は発生しないと予想される。この特徴を満たすのは、基準球面の両面にプリズムを張り合わせた形状、すなわち両側フレネル面型ドームレンズである。両側フレネル面型ドームレンズの全体形状を Fig. 5 に表す。

そこで、両側フレネル面型ドームレンズであれば光軸近傍でコマ収差が消失することを理論的に確認する。入射光と射出光の交点が像側焦点を中心とした基準球面上に乗るようにした両側フレネル面型プリズムにおける周辺光線の光路を Fig. 6 に表す。

ここで、プリズム AGH の頂角は $\alpha + \beta$ 、プリズムの屈折率は n 、光軸 L は一点鎖線で表す。ここでは非常に小さいプリズムを想定しており、直線 AC はこの球面に接する平面上にある。点 C は F を中心とした半径 f の球面上に乗るとする。光軸に平行な入射光線は実線で表し、プリズム第 1 面 AG 上の点 B への入射角は $\theta + \alpha$ 、屈折角は θ_1 、プリズム第 2 面 AH 上の点 D への入射角は θ_2 、屈折角は β 、射出光線と光軸の交点 F におけるなす角は θ とする。第 1 面と第 2 面の法線がなす角を ω とする。また図中で AC, BC, DC の長さをそれぞれ d, d_1, d_2 とする。第 1 面および第 2 面にスネルの法則を適用すると、

$$\sin(\theta + \alpha) = n \sin \theta_1 \quad (11)$$

$$n \sin \theta_2 = \sin \beta \quad (12)$$

が成り立つ。Fig. 6 より、 $\alpha + \beta + \omega = \pi$ と $\omega + \theta_1 + \theta_2 = \pi$ が成り立つので、

$$\alpha + \beta = \theta_1 + \theta_2 \quad (13)$$

$\triangle ABC$, $\triangle ACD$, $\triangle BCD$ に正弦定理を適用して

$$\frac{d_1}{\sin \alpha} = \frac{d}{\sin \left\{ \frac{\pi}{2} - (\theta + \alpha) \right\}}$$

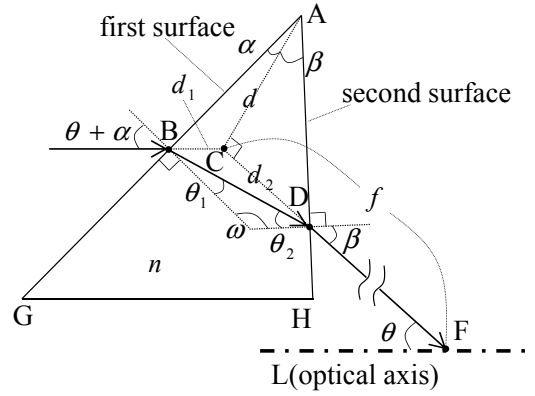


Fig. 6 The ray path of the marginal ray entering parallel to the optical axis.

$$\frac{d_2}{\sin \beta} = \frac{d}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)}$$

$$\frac{d_1}{\sin(\beta - \theta_2)} = \frac{d_2}{\sin \{ (\theta + \alpha) - \theta_1 \}} \quad (14)$$

となる。式 (14) の 3 つの式より次式が得られる。

$$\cos(\theta + \alpha) \sin \beta / \sin \alpha \cos \beta = \sin(\theta + \alpha - \theta_1) / \sin(\beta - \theta_2) \quad (15)$$

次に斜め入射光線を考える。Fig. 6 には煩雑になるので図示しないが、Fig. 4 と同じように、斜めに入射する光線と光軸に平行に入射する光線のなす角を $\Delta\phi_1$ 、それらが出ていく光線がなす角を $\Delta\phi_2$ とする。これらは十分に小さいとすると、式 (11) と (12) は、

$$\cos(\theta + \alpha) \cdot \Delta\phi_1 = n \cos \theta_1 \cdot \Delta\theta_1 \quad (16)$$

$$n \cos \theta_2 \cdot \Delta\theta_2 = \cos \beta \cdot (-\Delta\phi_2) \quad (17)$$

となる。さらに式 (13) から、 α, β は光線の入射角には依存しない定数であるため、

$$\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 0 \quad (18)$$

である。式 (16), (17), (18) より

$$\Delta\phi_2 = \Delta\phi_1 \cos \theta_2 \cos(\theta + \alpha) / \cos \beta \cos \theta_1 \quad (19)$$

また式 (13), (15) から、次式が得られる (Appendix I 参照)。

$$\cos \theta_1 / \cos(\theta + \alpha) = \cos \theta_2 / \cos \theta \cos \beta \quad (20)$$

式 (19), (20) より

$$\Delta\phi_2 = \Delta\phi_1 \cos \theta \quad (21)$$

となる。式 (21) は光軸近傍でコマ収差が発生しないための条件式 (3) と一致する。すなわち、両側フレネル面型ドームレンズにおいて基準球面上に入射光線と射出光線の交点が存在するように輪帯形状を定めれば、少なくともメリジオナル面内でコマ収差は発生しないことが理論的に導

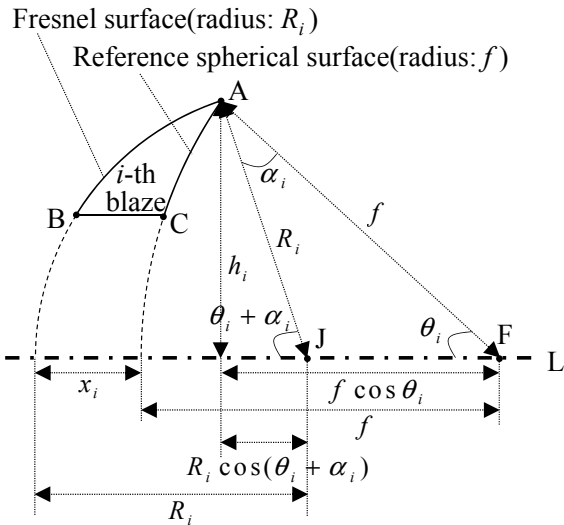


Fig. 7 Relation between the incident side Fresnel surface and a reference spherical surface.

かれた。

DOE の設計において、従来は（高屈折率法の結果から）特定像点の位相関数が再現できるように片面のフレネル面形状を決めていたが²⁾、われわれの方法は、位相関数だけでなく光線そのものも再現できるように両側フレネル面形状とするものである。

3. 光学設計

両側フレネル面型ドームレンズであれば光軸近傍でコマ収差が起きないことを光学設計により確認する。第2章では微小プリズムを仮定したが、有限の大きさの輪帯を複数もつフレネルレンズを考える。ただし、各輪帯の入射面および射出面の形状は、光軸上に曲率中心がある球面とする。曲率中心が光軸上にあることは、一般の光学系から類推して妥当な仮定と考える。また、各輪帯の頂点は Fig. 6 で検討した微小プリズムと一致する。すなわち、輪帯頂点における入射面、射出面の接線が微小プリズムの入射面、射出面とそれぞれ一致すると仮定する。

3.1 フレネル面の形状決定法

光軸から i 番目の高さにある輪帯の入射面曲率半径 R_i および基準球面との面間隔 x_i を、 f 、 n 、輪帯頂点の高さ h_i から求める。射出面曲率半径および基準球面との面間隔は輪帯頂角の符号に注意して置き換えれば、同様に求めることができる。

i 番目の輪帯における入射側フレネル面と基準球面の各パラメータの関係を Fig. 7 に表す。ここで、第1面 AB は入射側フレネル面で、曲率半径は R_i 、曲率中心は点 J である。また、第2面 AC は基準球面で、曲率半径は f 、曲率

中心は点 F、AF と光軸のなす角は θ_i である。角 FAJ を α_i 、光軸上におけるフレネル面と基準球面の面間隔は x_i 、光軸に対する頂点の高さは h_i とする。なお、 α_i は Fig. 6 における微小プリズムの角 α と等しい。

図より、フレネル面の曲率半径 R_i および面間隔 x_i は次式から求められる。

$$R_i \sin(\theta_i + \alpha_i) = f \sin \theta_i \quad (22)$$

$$x_i = R_i \{1 - \cos(\theta_i + \alpha_i)\} - f \{1 - \cos \theta_i\} \quad (23)$$

入射側の頂角 α_i は射出側の頂角 β_i とともに、式 (11)、(12)、(13)、(15)、(20) から得られる次の2式より求められる (Appendix II 参照)。

$$\cos^2 \beta_i = \frac{(n^2 - 1) \cos^2(\theta_i + \alpha_i)}{(n^2 - 1) \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i \cos^2(\theta_i + \alpha_i)} \quad (24)$$

$$\left\{ \frac{\sin(\theta_i + \alpha_i) + \cos(\alpha_i + \beta_i) \sin \beta_i}{\sin(\alpha_i + \beta_i)} \right\}^2 + \sin^2 \beta_i - n^2 = 0 \quad (25)$$

α_i の値を走査し、式 (24) より得られる β_i とともに式 (25) に代入し、式 (25) が成り立つときの α_i 、 β_i が求められる解である。

続いてすべての輪帯の面形状 z を光軸高さ r で統一的に表す。座標基準 ($z(r) = 0$) は光軸に最も近い (光軸を通る) 第一輪帯と光軸の交点 x_1 に揃える。各輪帯の曲面を延長して光軸と交わる点と座標基準との間隔 $x'_i = x_i - x_1$ より、面形状 z は

$$z(r) = R_i - \sqrt{R_i^2 - r^2} - x'_i \quad (h_{i-1} \leq r < h_i, i = 1, 2, 3 \dots) \quad (26)$$

ここで、 $h_0 = 0$ である。なお、射出面側の面形状は式 (22) および (23) の α_i を式 (24) および (25) から求められる $-\beta_i$ に置き換え、式 (26) の平方根の前に付く符号を逆にすることで得られる。

フレネル面型ドームレンズにおいて各輪帯の頂点で屈折して光軸に集光する光線を考える。ドーム形状であるため、どのように輪帯を区切っても、これらの光線の光路長は一定となる。それゆえ、DOE として各輪帯間の位相差をそろえることを考慮したとしても、フレネル面型ドームレンズにおいては、輪帯の切り方は自由である。ただし、フレネル面型平板レンズあるいは複数のレンズにより構成された光学系の中に用いられるフレネルレンズで光路長をそろえるためには、輪帯の切り方に制限が加わる。

3.2 設計結果

実際に両側フレネル面型ドームレンズを設計し、スポットダイアグラムを求め、光軸近傍でコマ収差が発生しないことを、光学設計で確認する。前提条件は焦点距離 $f =$

Table 1 Lens data of each ring zone for dome lens with the both sides Fresnel surface.

Surface No.	h_1		h_2		h_3		n
	R_1	x_1	R_2	x_2	R_3	x_3	
1	55.641	0.0639	55.812	0.1954	56.080	0.3975	1.5
2	100	0.0959	100	0.2940	100	0.5999	1.5
3	-501.240	99.904	-503.30	99.904	-507.07	99.904	1

Table 2 Lens data of each ring zone for dome lens with the incident side Fresnel surface.

Surface No.	h_1		h_2		h_3		n
	R_1	x_1	R_2	x_2	R_3	x_3	
1	33.493	0.1597	33.820	0.4870	34.321	0.9879	1.5
2	100	100	100	100	100	100	1

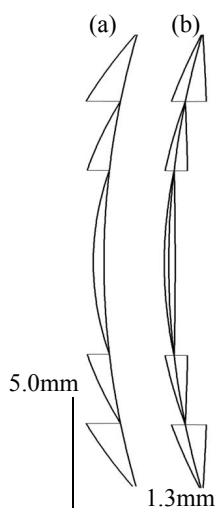


Fig. 8 Lens shape: (a) dome lens with the incident side Fresnel surface, (b) dome lens with the both sides Fresnel surface (Note the scale of the vertical is different from that of horizontal directions).

100 mm, 屈折率 $n = 1.5$, 波長 587.56 nm, 輪帯頂点3つの高さをそれぞれ $h_1 = 4$, $h_2 = 7$, $h_3 = 10$ (単位はすべて mm) とする. ここから, 各輪帯の面形状データは Table 1 の通りとなる. これを式 (26) に代入すれば, 正弦条件を満たす両側フレネル面型ドームレンズが得られる.

また比較対象として, 入射側フレネル面型ドームレンズの設計値を求める. 各輪帯の R および x は, 式 (4) へ $\phi_1 = \theta + \alpha$ を代入して得られる $\alpha = \tan^{-1}\{\sin \theta / (n - \cos \theta)\}$, および式 (22), (23) から求められる. 両側フレネル面型と同様の前提条件で得られた面形状データを Table 2 に表す.

これらのデータを市販の光学設計ソフトウェアである CODE V により解析する. 面形状はユーザー定義面として入力し, レンズの形状を Fig. 8 に (縦横の縮尺が異なることに注意), 光路図を Fig. 9 に, スポットダイアグラムを

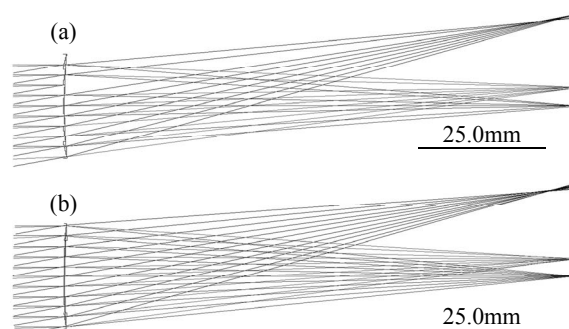


Fig. 9 Ray path diagram: (a) dome lens with the incident side Fresnel surface, (b) dome lens with the both sides Fresnel surface.

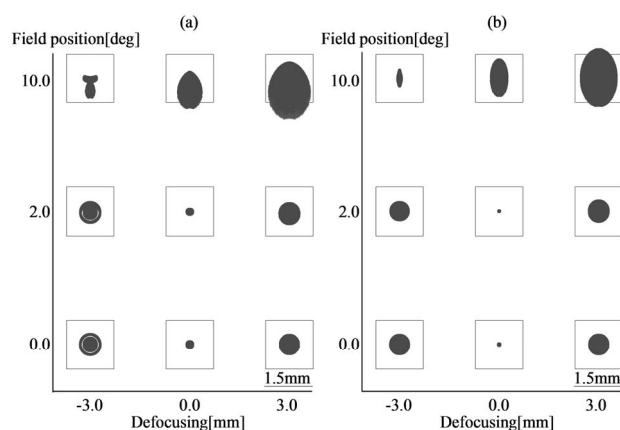


Fig. 10 Spot diagrams: (a) dome lens with the incident side Fresnel surface, (b) dome lens with the both sides Fresnel surface.

Fig. 10 に, それぞれ表す.

ここで, 入射瞳径は 20 mm, 物体面からレンズ入射面までの面間隔は無限大, 絞り位置は入射面側, フレネル面のバックカットは光軸と平行, 画角は 0, 2, 10 deg の 3 画角, デフォーカスは -3, 0, 3 mm の 3 点とした. Fig. 10 より, コマ収差は入射側フレネル面型ドームレンズでは発

生しているが、両側フレネル面型ドームレンズでは発生しないことがわかる。このように、両側フレネル面型ドームレンズであれば光軸近傍で（スポットダイアグラムをみると半面角 10 deg でも）コマ収差が起きないことを光学設計により確認できた。

なお、両側フレネル面は片側フレネル面よりも面の曲率半径が大きく（のろく）なるため、レンズへ斜入射する光線のケラレが少なくなることも、光学設計で実際に確認できた。

Fig. 10 をみると像面湾曲が大きく発生しており、実用上は問題となる。これは像面に凹のパワーをもつ像面湾曲補正レンズ（エレクティングレンズ）を置くことで解決可能と考える。

4. おわりに

光軸近傍でコマ収差が発生しないドーム型フレネルレンズとその設計手法を新たに提案した。コマ収差が発生しないためには、入射光と射出光の交点が像側焦点を中心とした基準球面上に乗る必要があること、すなわち、正弦条件を満足することを理論的に示した。また、この条件を実現する形状は両側フレネル面型ドームであることを、理論および光学設計により確認した。

高屈折率法による基本設計では正弦条件を満足しているが、高屈折率法から位相関数に基づいて片側フレネル型レンズを実形状とする従来の設計では、正弦条件を満足せ

ず、コマ収差が発生する。これは、高屈折率法から、特定の像点、多くは光軸上の像点に対して、片面をフレネル面とした形状を求めるものであったからである。新たな設計手法は、位相関数だけでなく光線そのものも再現できるように両側をブレイズ化（フレネル面化）するというものであり、高屈折率法の結果と同じく、コマ収差が発生しないようにできた。本論文の手法（考え方）はドームレンズだけでなく、フレネルレンズおよび DOE 一般において高屈折率法から実形状を求める基本原理（指針）となる。具体的な応用としては、フレネルレンズあるいはブレイズ型 DOE を用いた画角の小さい光学系全般、たとえば太陽光集光用フレネルレンズ、ピックアップ光学系、観察光学系などがある。

ブレイズ形状を球面で近似したことは必ずしも十分とはいえず、非球面による表現を考えていくことは今後の課題と考えている。また、厚肉レンズや複合型 DOE に適用できるための理論的検討が必要と考えている。

本研究は JSPS 科研費 15K04700 の助成を受けたものである。

文 献

- 1) 秋澤 淳：OplusE, **31** (2009) 840-849.
- 2) 光設計研究グループ監修：増補改訂版 回折光学素子入門（オプトロニクス社，2006）p. 36, pp. 44-45.
- 3) 辻内順平編集顧問，黒田和男編集代表：最新光学技術ハンドブック（朝倉書店，2002）pp. 430-431.

Appendix I 式 (20) の導出

式 (15) から、次式が得られる。

$$\frac{\cos(\theta + \alpha)}{\cos \beta} = \frac{\sin(\theta + \alpha - \theta_1) \sin \alpha}{\sin(\beta - \theta_2) \sin \beta} = \frac{\sin(\theta + \alpha - \theta_1) \sin \alpha + C \cos(\theta + \alpha)}{\sin(\beta - \theta_2) \sin \beta + C \cos \beta} \quad (I-1)$$

第 2 辺（中辺）から第 3 辺（右辺）への変形は、 $y/x = z/W$ のときに任意定数 C によって $y/x = (z + Cy)/(W + Cx)$ となることを利用した。 C は任意なので、 $C = \sin \beta \cdot \sin \theta_2$ とすると、

$$\frac{\cos(\theta + \alpha)}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \sin(\theta + \alpha) \cos \theta_1 + \{\sin \beta \sin \theta_2 - \sin \alpha \sin \theta_1\} \cos(\theta + \alpha)}{\sin^2 \beta \cos \theta_2} \quad (I-2)$$

となる。ここで、式 (13) より $\beta - \theta_2 = \theta_1 - \alpha$ から、 $\cos(\beta - \theta_2) = \cos(\theta_1 - \alpha)$ となる。したがって、 $\cos \beta \cos \theta_2 + \sin \beta \sin \theta_2 = \cos \theta_1 \cos \alpha + \sin \theta_1 \sin \alpha$ が成り立つ。よって、

$$\begin{aligned} \frac{\cos(\theta + \alpha)}{\cos \beta} &= \frac{\sin \alpha \sin(\theta + \alpha) \cos \theta_1 + \{\cos \alpha \cos \theta_1 - \cos \beta \cos \theta_2\} \cos(\theta + \alpha)}{\sin^2 \beta \cos \theta_2} \\ &= \frac{\{\cos \alpha \cos(\theta + \alpha) + \sin \alpha \sin(\theta + \alpha)\} \cos \theta_1 - \cos \beta \cos \theta_2 \cos(\theta + \alpha)}{\sin^2 \beta \cos \theta_2} \\ &= \frac{\cos \theta \cos \theta_1 - \cos \beta \cos \theta_2 \cos(\theta + \alpha)}{\sin^2 \beta \cos \theta_2} \end{aligned} \quad (I-3)$$

と変形できる。分母を払うと

$$\sin^2 \beta \cos(\theta + \alpha) \cos \theta_2 = \cos \beta \cos \theta \cos \theta_1 - \cos^2 \beta \cos \theta_2 \cos(\theta + \alpha) \quad (\text{I-4})$$

となり，変形して，

$$\cos \theta_2 \cos(\theta + \alpha) = \cos \beta \cos \theta \cos \theta_1 \quad (\text{I-5})$$

となる。よって

$$\cos \theta_1 / \cos(\theta + \alpha) = \cos \theta_2 / \cos \theta \cos \beta \quad (\text{I-6})$$

となり，式 (20) が成り立つことが証明された。

Appendix II 式 (24), (25) の導出

式 (24) を導く。式 (20) の両辺を 2 乗し，左辺分子に式 (11) を，右辺分子に式 (12) をそれぞれ代入し， n^2 をかけて整理すると，次式を得る。

$$\frac{n^2 - 1 + \cos^2(\theta + \alpha)}{\cos^2(\theta + \alpha)} = \frac{n^2 - 1 + \cos^2 \beta}{\cos^2 \theta \cos^2 \beta} \quad (\text{II-1})$$

両辺に $\cos^2 \theta$ をかけて整理すると，

$$\frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\theta + \alpha)} \left\{ n^2 - 1 + \cos^2(\theta + \alpha) - \frac{\cos^2(\theta + \alpha)}{\cos^2 \theta} \right\} = \frac{n^2 - 1}{\cos^2 \beta} \quad (\text{II-2})$$

となる。よって，

$$\cos^2 \beta = \frac{(n^2 - 1) \cos^2(\theta + \alpha)}{(n^2 - 1) \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2(\theta + \alpha)} \quad (\text{II-3})$$

となり，式 (24) が成り立つことが示された。

次に式 (25) を導く。式 (11) の θ_1 に式 (13) を代入し，加法定理により展開すると，

$$\sin(\theta + \alpha) = n \{ \sin(\alpha + \beta) \cos \theta_2 - \cos(\alpha + \beta) \sin \theta_2 \} \quad (\text{II-4})$$

となる。右辺の $\sin \theta_2$ に式 (12) を代入し整理すると，次式を得る。

$$\frac{\sin(\theta + \alpha) + \cos(\alpha + \beta) \sin \beta}{n \sin(\alpha + \beta)} = \cos \theta_2 \quad (\text{II-5})$$

両辺を 2 乗して $\cos \theta_2$ に式 (12) を代入し， n^2 をかけて整理すると，

$$\left\{ \frac{\sin(\theta + \alpha) + \cos(\alpha + \beta) \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \right\}^2 + \sin^2 \beta - n^2 = 0 \quad (\text{II-6})$$

となり，式 (25) が成り立つことが示された。