

# 光渦の進行方向成分

高橋 徹

大分工業高等専門学校電気電子工学科 〒 870-0152 大分県大分市牧 1666

## Parallel Component of Optical Vortex

Tohru TAKAHASHI

Department of Electrical and Electronic Engineering, Oita College, National Institute of Technology, 1666 Maki, Oita, Oita 870-0152

The electric field and the magnetic field of an electromagnetic plane wave which is usually introduced in lectures on Electromagnetics are both perpendicular to the propagation direction. This fact tends to lead students to a realization that electromagnetic wave is a transverse wave without parallel component to the propagation direction. On the other hand, it is known that a certain optical vortex has a parallel component to the propagation direction. This paper shows that the electromagnetic vortex can have a parallel component as a simple solution of Maxwell equations. It also shows that the parallel component has a capability to propagate electromagnetic energy by having the 90 degree phase difference between the electric field and the magnetic field in spite that its Poynting vector has zero value. Furthermore this parallel component is able to have topological charges. These examples for Laguerre-Gaussian beams are shown by numerical simulations.

**Key words:** optical vortex, transverse wave, parallel component, Poynting vector, topological charge

### 1. はじめに

一般に、自由空間において、マクスウェルの方程式から導かれる平面電磁波は進行方向成分をもたない横波となる

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

を用いて導かれる<sup>1)</sup>。この事実は、電磁波が一般に進行方向成分をもたない横波であるという認識を与えがちである。一方、光渦は、さまざまな分野に 응용が期待されている興味深い形態の電磁波であるが<sup>2)</sup>、ベクトルビームとよばれるある種の光渦は進行方向成分を伴う光波となることが知られている<sup>3,4)</sup>。このことは、電磁波は横波であるが、進行方向成分を伴うことができる横波であることを示している。ガウスの法則は直交座標系では、

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = -\frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (4)$$

と変形できるが、 $z$  方向に伝搬する電磁波について左辺が

ゼロとならない場合、すなわち進行方向に垂直な成分の発散がゼロとならない場合は、進行方向の  $z$  方向にも成分をもつ電磁波を生じることが、このガウスの法則から要求される。本報告においては、マクスウェル方程式の簡明な解のひとつとして光渦を考察し、光渦が進行方向成分を伴い得ることをガウスの法則の要請として理解できることを示す。さらに、この光渦の進行方向成分は、ポインティングベクトルはゼロであるが、電場と磁場の位相が 90 度ずれて伝搬するため、空間の各点で時間的に一定のエネルギーを有して伝搬することを示す。また、光波の進行方向成分の渦価 (トポロジカルチャージ) についても検討する。このような例として、ラゲルガウスビームについて、数値シミュレーションを用いて示す。

### 2. 光渦の進行方向成分

角周波数  $\omega$  の単色の光波の電磁場の各成分は、位置に関する複素振幅と時刻に関する複素振幅の積として

$$\begin{aligned} U(\vec{r}, t) &= U(\vec{r}) \exp(-i\omega t) \\ &= A(\vec{r}) \exp\{i\psi(\vec{r})\} \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (5)$$

と表現できる。ここで、 $i$ は純虚数、 $A(\vec{r})$ は実数値の振幅分布、 $\psi(\vec{r})$ は位相分布である。振幅 $A(\vec{r})$ がゼロとなる点では位相 $\psi(\vec{r})$ は不定となるが、この点のまわりでは位相が定義できる。振幅がゼロとなる点が線状をなし、そのまわりの等位相面がらせん状となっている光波を、光渦とよぶ。光渦を特徴づける指標として渦価があり、渦価 $Q$ は閉曲線 $C$ に沿った積分値

$$Q = \frac{1}{2\pi} \oint_C \nabla\psi(\vec{r}) \cdot d\vec{s} \quad (6)$$

として求められる。光渦は、振幅ゼロの軸のまわりの閉曲線について求めた渦価がゼロと異なる整数値となる光波である。

光渦の簡明な例として、電磁場の各成分が $z$ 軸を光軸とする円柱座標系で、

$$U_j(r, \varphi, z, t) = C_j r^{|\ell_j|} \exp(ikz) \exp(i\ell_j\varphi) \exp(-i\omega t) \quad (7)$$

と表せる光波を考える。ここで、 $k$ は波数、 $r, \varphi$ は $z$ 軸からの距離および $z$ 軸に垂直な断面内の円周方向の位相である。添え字の $j$ は $x, y, z$ であり、 $C_j$ は定数、 $\ell_j$ はゼロ以外の整数定数とする。この光波は $z$ 方向に進む光波で、式(6)から渦価 $Q = \ell_j$ の光渦である。振幅は平面波とは異なって $z$ 軸上でゼロであり、 $z$ 軸からの距離とともに大きな値となる。この光波を直交座標系で記すと、

$$U_j(x, y, z, t) = C_j (x + i \operatorname{sgn}(\ell_j)y)^{|\ell_j|} \exp\{i(kz - \omega t)\} \quad (8)$$

となるが、位置に関する項 $u_j(x, y, z) = C_j (x + i \operatorname{sgn}(\ell_j)y)^{|\ell_j|} \exp(ikz)$ は、ヘルムホルツの方程式

$$\nabla^2 u_j + k^2 u_j = 0 \quad (9)$$

を近似を伴うことなく満たしている。すなわち、式(7)、(8)で表される光波はマクスウェル方程式から導かれる波動方程式の解のひとつである。

そこで、まず電場が $y$ 方向に偏光して $z$ 方向に進行する光波、

$$E_x(x, y, z, t) = 0, \\ E_y(x, y, z, t) = E\alpha(x + iy) \exp\{i(kz - \omega t)\} \quad (10)$$

について考える。ここで、 $E$ は定数、 $\alpha$ は単位を揃えるための定数で、 $xy$ 平面内において光軸から離れるに従って振幅分布がどの程度急峻に立ち上がるかを示している。この光波はマクスウェル方程式から導かれる波動方程式を満たしており、ある時刻における光軸( $z$ 軸)のまわりのらせん状の等位相面が軸方向に対して左回りである。すなわち、この光波は渦価が+1の光渦である。

光波は波動方程式の解であると同時に、マクスウェルの方程式を満たさなければならない。式(10)とガウスの法則(式(3))から、

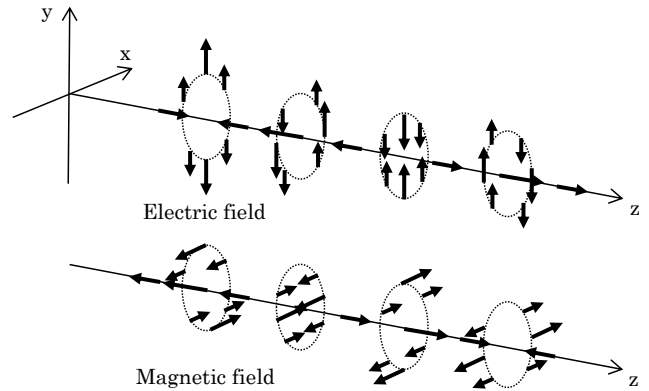


Fig. 1 Illustration of electromagnetic field of parallel component and perpendicular component to the propagation direction of linearly polarized optical vortex.

$$E_z = -\frac{E\alpha}{k} \exp\{i(kz - \omega t)\} \quad (11)$$

となり、式(10)で表される光波の電場は必ず進行方向に成分を有することになる。磁場は式(10)、(11)とファラデーの法則

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (12)$$

より、

$$B_x = -\frac{E}{c} \alpha (x + iy) \exp\{i(kz - \omega t)\}, \\ B_y = 0, \\ B_z = -i \frac{E}{ck} \alpha \exp\{i(kz - \omega t)\} \\ = -\frac{E}{ck} \alpha \exp\left\{i\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad (13)$$

となって、電場と同様に磁場にも進行方向成分を生じることがわかる。ここで、 $c$ は光速である。式(10)、(11)、(13)で表される光波は、マクスウェル方程式を満たす解のひとつであることを簡単に確認することができる。Fig. 1に模式的に示すように、この光波は、電場と磁場の位相が90度ずれた進行方向成分を伴って伝搬することがわかる。進行方向成分については、瞬時的には $E_z = -cB_z$ は成立せず、 $E_z = -icB_z$ となっている。進行方向に垂直な横波成分は光軸上が振幅ゼロの位相特異点となるが、進行方向成分は式(11)、(13)に示すように光軸上も振幅ゼロとはならず、光軸に垂直な面で振幅の等しい平面波となっている。このため、波長程度の光軸近傍では進行方向成分が電磁波の主成分となっている。

また、進行方向成分のエネルギー密度は、電場と磁場の位相が90度ずれていることから、

$$w_z = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\text{Re}\{E_z\})^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\text{Re}\{B_z\})^2 = \frac{\alpha^2}{k^2} \varepsilon_0 E^2 \quad (14)$$

と時間的に一定値となっている。横波成分のエネルギー密度は、

$$\begin{aligned} w_{\perp} &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\text{Re}\{E_y\})^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\text{Re}\{B_x\})^2 \\ &= \alpha^2 (x^2 + y^2) \varepsilon_0 E^2 \cos^2 \left( kz - \omega t + \tan^{-1} \frac{y}{x} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

であるので、この光波は、進行方向成分の電場と磁場が交互にエネルギーを受け渡ししながら時間的に一定のエネルギーを保持して伝搬する電磁波であり、波長程度の光軸近傍では進行方向成分がエネルギーの主成分となっている。

進行方向成分のポインティングベクトル  $\vec{S} = \vec{E} \times (1/\mu_0) \vec{B}$  は、電場と磁場が平行であるためにゼロとなるが、マクスウェル方程式と矛盾することなく電磁エネルギーを伝搬できることを示す。ポインティングベクトルは、エネルギー密度  $w = (1/2) \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 + (1/2\mu_0) |\vec{B}|^2$  との間に、マクスウェル方程式から、エネルギー保存則形式の

$$\nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\vec{J} \cdot \vec{E} \quad (16)$$

を満たすことが導かれる<sup>5)</sup>。ここで、 $\vec{J}$  は電流密度である。したがって、光源の存在しない自由空間では、

$$\nabla \cdot \vec{S} = -\frac{\partial w}{\partial t} \quad (17)$$

となる。このため、一般にポインティングベクトルがエネルギー流の指標として用いられているが、ここで示している光波の場合は進行方向成分の電場と磁場の位相が90度ずれて伝搬しているために、進行方向成分のエネルギー密度は式(14)に示したように時間的に一定となり、したがって式(17)の右辺の値もゼロとなるので、エネルギー保存則に抵触することなくエネルギーが伝搬される。すなわち、進行方向成分は、ポインティングベクトルはゼロであるが、電場と磁場の位相が90度ずれているためにマクスウェル方程式および式(17)と矛盾することなく、電場と磁場が交互にエネルギーを受け渡ししながら、空間の各点でのエネルギー密度が時間的に一定値となって、エネルギーを伝搬することができる。

電磁気学の講義などにおいては、マクスウェルの方程式から波動方程式を導出し、平面波の場合を分析して、ガウスの法則から平面波が横波であることを示すことが多い。このことから、電磁波は進行方向の成分をもたないという固定観念を抱きやすい。しかし、ここで示したように、一般には電磁波は進行方向成分を伴うことができる。ここでは、そのような電磁波の簡単な例を提示した。マクスウェ

ルの方程式の解としての電磁波に要求される属性は、進行方向成分をもたない横波となるということではなく、進行方向成分のみとなることはなく必ず横波成分を伴うということである。すなわち、電磁波は横波成分のみの電磁波となることもできるが、進行方向成分を伴うこともできる、との認識に立つべきである。

スペックル場には光渦が多数分布する<sup>6)</sup>。それらの多くは、直線偏光で渦価±1の光渦であるので、これらの光渦は上記の考察から進行方向成分を伴っていると推測できる。すなわち、進行方向成分を伴う電磁波は特殊事例ではなく、一般的なものであるということが出来る。

なお、光渦が必ず進行方向成分をもつというわけではない。例えば、ここで示した光波が直線偏光ではなく、左回り円偏光

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z, t) &= E\alpha(x+iy) \exp \left\{ i \left( kz - \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\}, \\ E_y(x, y, z, t) &= E\alpha(x+iy) \exp \left\{ i \left( kz - \omega t \right) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

の場合、式(3)の左辺は横波成分のみの平面波と同様にゼロである。したがって、進行方向成分は  $E_z(x, y, z, t) = 0$  であり、進行方向成分をもたない光渦となる。一方、右回り円偏光

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z, t) &= E\alpha(x+iy) \exp \left\{ i \left( kz - \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right\}, \\ E_y(x, y, z, t) &= E\alpha(x+iy) \exp \{ i(kz - \omega t) \} \end{aligned} \quad (19)$$

の場合、進行方向成分は

$$E_z = -2 \frac{E\alpha}{k} \exp \{ i(kz - \omega t) \} \quad (20)$$

となり、式(11)の2倍の進行方向成分を伴う光渦となる。

式(10)では、進行方向に垂直な断面において電場の振幅は光軸からの距離に比例していたが、これを式(7)に示したように一般化して、

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z, t) &= 0, \\ E_y(r, \varphi, z, t) &= E\alpha r^{|\ell|} \exp \{ i(\ell\varphi + kz - \omega t) \} \end{aligned} \quad (21)$$

という光波を考える。 $\ell$ がゼロのときは平面波に対応する。 $\ell$ が1以上の整数であるとき、この光波は渦価 $\ell$ の光渦となる。 $\ell = 1$ のときは上記で考察した式(10)に一致する。直交座標系では式(21)は

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z, t) &= 0, \\ E_y(x, y, z, t) &= E\alpha(x+iy)^{\ell} \exp \{ i(kz - \omega t) \} \end{aligned} \quad (22)$$

となるが、このとき、電場の進行方向成分は

$$E_z = -\frac{E\alpha}{k} \ell (x+iy)^{\ell-1} \exp \{ i(kz - \omega t) \} \quad (23)$$

である。 $\ell$ が2以上の整数であるとき、磁場は、

$$\begin{aligned}
B_x &= -\left\{ \frac{E\alpha\ell(\ell-1)}{k\omega} (x+iy)^{\ell-2} + \frac{k}{\omega} E\alpha(x+iy)^\ell \right\} \\
&\quad \times \exp\{i(kz-\omega t)\} \\
B_y &= -i \frac{E\alpha\ell(\ell-1)}{k\omega} (x+iy)^{\ell-2} \exp\{i(kz-\omega t)\} \\
B_z &= -\frac{E\alpha}{ck} \ell(x+iy)^{\ell-1} \exp\left\{i\left(kz-\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad (24)
\end{aligned}$$

である。\$\ell = 1\$ の場合と異なり、進行方向成分も渦価 (\$\ell - 1\$) をもっていることがわかる。すなわち、進行方向成分は軌道角運動量には寄与しないが、渦価をもつことができる。このとき光軸 (\$z\$ 軸) 上の進行方向成分もゼロとなるので、特に \$\ell\$ が 3 以上の場合には、空間中に電磁場の振幅がゼロとなる孤立軸が生じることになる。

### 3. ラゲールガウスビーム

光渦としてよく分析されているラゲールガウスビーム (以後 LG ビームと略記する) の進行方向成分について調査する。LG ビームは、円筒座標系における近軸近似にもとづくヘルムホルツ方程式の変数分離の解として、

$$\begin{aligned}
E(r, \varphi, z, t) &= \alpha(z) \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|} \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \exp\{-ikr^2\beta(z)\} \\
&\quad \times \exp(i\ell\varphi) \exp[i\{kz-\omega t-\gamma(z)\}], \\
\varphi &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \\
w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \\
\alpha(z) &= \frac{C}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}}, \\
\beta(z) &= \frac{z}{2(z^2 + z_R^2)}, \\
\gamma(z) &= (2p + |\ell| + 1) \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (25)
\end{aligned}$$

と表される<sup>2)</sup>。ここで、\$\ell, p\$ はモードを表す自然数、\$C\$ は定数、\$w\_0\$ はビームウエスト、\$w(z)\$ はビーム径、\$z\_R\$ はレイリー長を表している。\$\ell\$ は渦価に等しい。

近軸近似にもとづく解は、進行方向成分 (光軸方向成分) をもたないものと認識されがちであるが<sup>3)</sup>、一般に近軸近似は、光波に対して進行方向成分をもたないことを要求するものではないことに注意したい。\$z\$ 方向に進む単色の光波の電場ベクトルの各成分を

$$E_j(x, y, z, t) = A_j(x, y, z) \exp\{i(kz-\omega t)\} \quad (26)$$

と表す。ここで、\$j\$ は \$x, y, z\$ である。ガウスの法則は、電場ベクトルの各成分間の関係についての拘束条件を与えるものであり、

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \vec{E} &= \left\{ \frac{\partial A_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial A_y(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial A_z(x, y, z)}{\partial z} \right. \\
&\quad \left. + ikA_z(x, y, z) \right\} \exp\{i(kz-\omega t)\} = 0 \quad (27)
\end{aligned}$$

すなわち、

$$\frac{\partial A_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial A_y(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial A_z(x, y, z)}{\partial z} + ikA_z(x, y, z) = 0 \quad (28)$$

が成り立つことを要請する。一方、近軸近似では各成分 \$A\_j(x, y, z)\$ が \$z\$ に対してなめらかに変化し、

$$\frac{\partial A_j(x, y, z)}{\partial z} \ll kA_j(x, y, z) \quad (29)$$

が成り立つことを仮定する。式 (29) は成分 \$A\_j(x, y, z)\$ についての \$z\$ に関する変化と成分の値との関係を表す式であって、進行方向に垂直な成分の進行方向に垂直な方向の変化、例えば \$\partial A\_x(x, y, z)/\partial x\$ が進行方向成分 \$kA\_z(x, y, z)\$ より小さいことを要求するものではない。したがって、式 (29) のうち、

$$\frac{\partial A_z(x, y, z)}{\partial z} \ll kA_z(x, y, z) \quad (30)$$

を式 (28) に用いると、

$$A_z(x, y, z) \approx \frac{i}{k} \left\{ \frac{\partial A_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial A_y(x, y, z)}{\partial y} \right\} \quad (31)$$

となつて、進行方向に垂直な振幅成分 \$A\_x(x, y, z), A\_y(x, y, z)\$ について進行方向に垂直な \$x, y\$ 方向への変化があれば、すなわち進行方向に垂直な成分の発散がゼロでなければ、進行方向成分 \$A\_z(x, y, z)\$ はゼロとはならないことがわかる。このように近軸近似は進行方向成分を有する解を許容しており、ガウスの法則を用いて進行方向成分を推定することが可能である。なお、近軸近似を用いない LG ビームの表現とその分析方法については、例えば文献<sup>7)</sup>で扱われている。

いま、\$x\$ 軸方向に偏光した \$\ell = 1, p = 0\$ の LG ビームを考えると、

$$\begin{aligned}
E_x &= \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) r \exp(i\varphi) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \\
&\quad \times \exp\{-ikr^2\beta(z)\} \exp\{i\chi(z, t)\}, \\
E_y &= 0, \quad (32)
\end{aligned}$$

ただし、\$\chi(z, t) = kz - \omega t - \gamma(z)\$ と置く。したがって、自由空間におけるガウスの法則と近軸近似から、

$$E_z = \frac{i}{k} \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) \left[ 1 - \left\{ \frac{2x}{w^2(z)} + 2xik\beta(z) \right\} r \exp(i\varphi) \right] \times \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \{ i\chi(z, t) \} \quad (33)$$

となる。すなわち、この LG ビームは進行方向成分を伴って伝搬していることがわかる。この進行方向成分には  $\ell = 1$  の渦価を有する成分が含まれている。

左回り円偏光

$$E_x = \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) r \exp(i\varphi) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \{ i\chi(z, t) \},$$

$$E_y = \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) r \exp(i\varphi) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \left\{ i\chi(z, t) + i\frac{\pi}{2} \right\} \quad (34)$$

の場合には、ガウスの法則と近軸近似から

$$E_z = -\frac{i}{k} 2\sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) \left\{ \frac{r^2}{w^2(z)} + ik\beta(z)r^2 \right\} \exp(i2\varphi) \times \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \{ i\chi(z, t) \} \quad (35)$$

となり、渦価  $\ell = 2$  の進行方向成分を伴う。また、光軸上は進行方向成分もゼロとなるので、完全な振幅ゼロの孤立軸となる。一方、右回り円偏光

$$E_x = \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) r \exp(i\varphi) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \{ i\chi(z, t) \},$$

$$E_y = \sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) r \exp(i\varphi) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \left\{ i\chi(z, t) - i\frac{\pi}{2} \right\} \quad (36)$$

の場合、同様にガウスの法則と近軸近似から

$$E_z = \frac{i}{k} 2\sqrt{2} \left( \frac{\alpha(z)}{w(z)} \right) \left\{ 1 - \frac{r^2}{w^2(z)} - ik\beta(z)r^2 \right\} \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \{ -ikr^2\beta(z) \} \exp \{ i\chi(z, t) \} \quad (37)$$

となって、渦価ゼロの進行方向成分となる。光軸上は進行方向成分のみが伝搬する。このように等位相面が左回りの LG ビームの場合、進行方向成分の渦価と偏光状態との間には、

$$\begin{aligned} \text{進行方向成分の渦価} &= \text{横波成分の渦価} + 1 \\ &\quad (\text{左回り円偏光}), \\ \text{進行方向成分の渦価} &= \text{横波成分の渦価} + 0 \\ &\quad (\text{直線偏光}), \end{aligned}$$

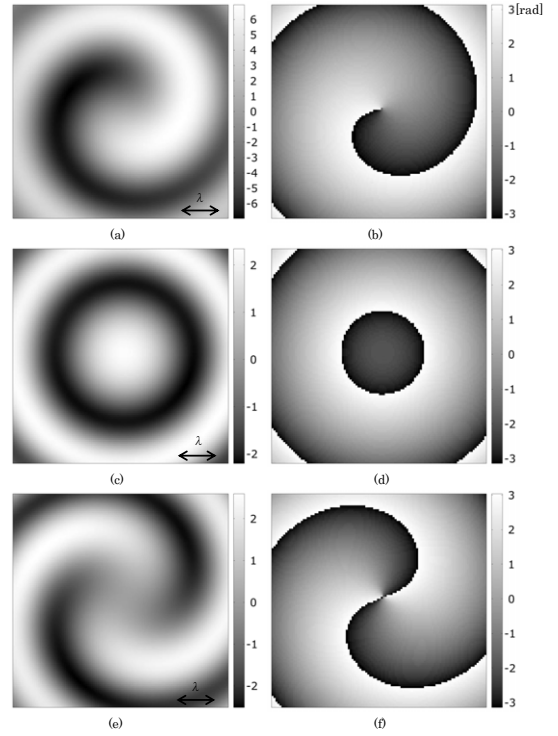


Fig. 2 Perpendicular component and parallel component of electric field on  $xy$  plane at  $z = 120$  of LG beam with its topological charge being  $+1$  for the case of right circularly polarized wave or left circularly polarized wave. (a): amplitude distribution and (b): phase distribution of perpendicular component ( $x$  component). (c): amplitude distribution and (d): phase distribution of parallel component ( $z$  component) of right circularly polarized wave. (e): amplitude distribution and (f): phase distribution of parallel component ( $z$  component) of left circularly polarized wave.

$$\begin{aligned} \text{進行方向成分の渦価} &= \text{横波成分の渦価} - 1 \\ &\quad (\text{右回り円偏光}) \quad (38) \end{aligned}$$

の関係がある。

LG ビームの伝搬を FDTD (finite-difference time-domain) 法を用いて数値シミュレーションした結果を示す。解析領域は、 $z$  軸方向に 176 セル、 $z$  軸に垂直な断面を  $128 \times 128$  セルとする。1 セル幅  $\Delta$  は波長  $\lambda$  の 20 分の 1 とし、タイムステップ  $\Delta t$  はクーランの安定条件<sup>8)</sup> (数値計算が発散せず妥当な値を出すための条件)  $c\Delta t \leq \Delta/\sqrt{3}$  を満たすように、 $(\lambda/20)/(3c)$  としている。解析領域の壁は、反射を抑えた吸収端とするために解析領域の周囲を 8 層の PML (perfectly matched layer)<sup>8,9)</sup> で囲み、反射率を  $10^{-6}$  とした。光源は  $z = 20$  セルの  $xy$  平面上に配置する。Fig. 2 に、右回り円偏光および左回り円偏光の  $\ell = 1$ ,  $p = 0$  の LG ビームについて、 $z = 120$  セル (光源から 5 波長分) の位置の光軸に垂直な断面 ( $xy$  平面) における電場の  $x$  成分と進行方向成分 ( $z$  成分) の瞬時値分布とその位相分布を

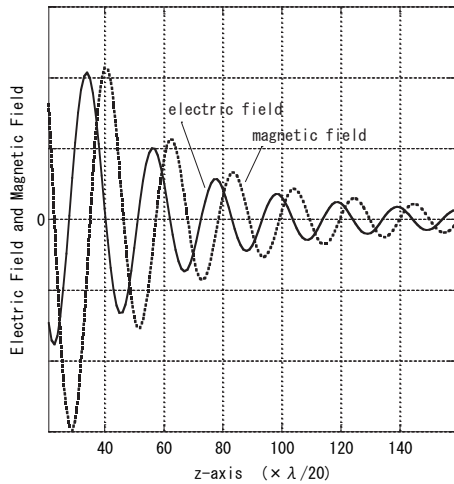


Fig. 3 Normalized electric field and magnetic field of parallel component ( $z$  component) on  $z$ -axis (propagation direction) of LG beam with its topological charge being  $+1$  for the case of right circularly polarized wave. Considering the time step and the cell difference between electric field and magnetic field on this FDTD numerical simulation, the phase difference between electric field and magnetic field is 90 degree.

示す。右回り円偏光の場合には、 $z$ 成分すなわち進行方向成分が光軸中心付近にも、まわりの横波成分に比べて数分の1程度の無視できない大きさで分布していることがわかる。このように進行方向成分が横波成分に比べて無視できない大きさとなる原因は、式 (31) に示したように、光軸に垂直な成分の発散がゼロとは異なる値となることにある。式 (36), (37) から、この光軸中心付近の進行方向成分のうち式 (37) の第1項に対応する量は、光軸から波長程度の範囲内では、横波成分に比べて無視できない量として伝搬とともに保たれることが予想される。左回り円偏光の場合には、進行方向成分は $z$ 軸上の値がゼロとなり、 $z$ 軸のまわりに分布して渦価が $+2$ となっていることがわかる。この進行方向成分は、式 (34), (35) から、横波成分に比べて伝搬に伴う減衰が大きく、伝搬とともに無視でき

る量となっていくことが予想される。Fig. 3 に、右回り円偏光で $l = 1, p = 0$ のLGビームについて、電場と磁場の進行方向成分 ( $z$ 成分) の $z$ 軸上での瞬時値の値を規格化して示している。電場と磁場の進行方向成分は位相が90度ずれて伝搬していることがわかる。

#### 4. ま と め

進行方向成分を伴う電磁波がマクスウェル方程式の解のひとつであることを示した。光渦は進行方向の電磁場成分を伴って伝搬することのできる電磁波であり、このことは自由空間におけるガウスの法則からの要請という観点から理解できることを示した。この進行方向成分は、電場と磁場の位相が90度ずれているため、電場と磁場にエネルギーを交互に受け渡しながら総和の電磁エネルギー密度が時間的に変動することなく一定値となった状態で伝搬すること、また進行方向成分も渦価をもち得ることを示した。これらのことを、ラゲールガウスビームについてFDTD法を用いた数値シミュレーションによって確認した。また、このとき進行方向成分の渦価と偏光状態とは簡単な関係をもっていることを確認した。

#### 文 献

- 1) J. D. Jackson: *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. (John Wiley & Sons, New York, 1999) p. 297.
- 2) L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw and J. P. Woerdman: *Phys. Rev. A*, **45** (1992) 8185-8189.
- 3) Q. Zhan: *Opt. Lett.*, **31** (2006) 867-869.
- 4) 小澤祐市, 佐藤俊一: *光学*, **35** (2006) 625-634.
- 5) J. D. Jackson: *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. (John Wiley & Sons, New York, 1999) p. 259.
- 6) N. B. Baranove, B. Y. Zel'dovich, A. V. Mamaev, N. F. Pilipetskii and V. V. Shkunov: *Sov. Phys. JETP*, **56** (1982) 983-988.
- 7) S. M. Barnett and L. Allen: *Opt. Commun.*, **110** (1994) 670-678.
- 8) 宇野 亨: *FDTD法による電磁界およびアンテナ解析*, 初版 (コロナ社, 1998).
- 9) J. P. Berenger: *J. Comput. Phys.*, **127** (1996) 363-379.