任意波長シフト干渉法による透明板の表面形状と厚さ変動の 同時測定

北川 克一*·溝 尻 旬**

- *技術コンサルタント 〒 524-0033 滋賀県守山市浮気町 241-41
- **株式会社溝尻光学工業所 〒 141-0033 東京都品川区西品川 2-8-2

Simultaneous Measurement of Transparent Plate Surface Topography and Thickness Variation Using Arbitrary Wavelength Shifting Interferometry

Katsuichi KITAGAWA* and Jun MIZOJIRI**

- *Independent Consultant, 241-41 Fuke-cho, Moriyama-shi, Shiga, 524-0033
- ** Mizojiri Optical Co., Ltd., 2-8-2 Nishishinagawa, Shinagawa-ku, Tokyo, 141-0033

Wavelength scanning interferometry is a known technique to precisely measure the surface topography and plate thickness for transparent materials, such as glass. However, conventional methods have some problems in the practical applications that they require precise sample surface position adjustments relative to the reference surface, and highly accurate linear wavelength scanning. We propose a least-squares model-fitting algorithm which estimates the surface topography and plate thickness from the interferograms obtained by arbitrary wavelength shift. The LD wavelength tuned by temperature control is measured by a wavelength meter, and the measured values are used in the data analysis. The validity of the proposed method is proved by computer simulations and actual experiments. The actual test results showed good agreement with those by a conventional method, and a one-sigma repeatability of 1 mm was obtained.

Key words: wavelength-shifting interferometry, transparent plate, topography, thickness measurement, model-fitting

1. 緒 言

ガラス板のような透明物体の表面凹凸やその板厚を高精度で三次元測定する方法として,波長走査干渉法 ¹⁻⁴⁾ (WSI法;波長シフト干渉法ともよばれる)が知られている.波長走査干渉法では,光源に波長可変レーザーなどを用いて,波長を時間的にリニアに走査し,このときに得られる輝度信号の周波数が光学的距離に比例することを利用して,複数の界面からの重畳干渉信号を分離し,各界面までの距離を測定することができる.

波長走査干渉法による透明物体の測定アルゴリズムとして、干渉光強度を表すモデル式と観測輝度波形(インターフェログラム)を最小二乗適合することにより位相を含む未知変数を求めるモデル適合法⁵⁻⁷⁾、4点法や5点法に代表される位相シフト(PSI)法のアルゴリズムを拡張した拡張 PSI 法⁸⁻¹³⁾、フーリエ変換により各周波数における位相

を求めるフーリエ変換法 ¹⁴⁻¹⁷⁾ などが提案されている. しかし, 拡張 PSI 法とフーリエ変換法では, 重畳する正弦波の周波数が整数比となるように, 参照面と試料面との距離を厳密に調整する必要がある. また, 波長走査干渉法の共通の問題点は, 高精度な波長走査(または一定間隔の波長シフト)が要求され, その非直線性が測定誤差の大きな要因になることである. ここで要求される波長走査の精度は, 全走査波長幅が 0.1 nm 程度なので, 1 pm のオーダーであるが, 産業用として入手可能な波長走査レーザーの性能は分解能が 10 pm 程度であり, 要求精度を満たすものは見当たらない.

波長走査の非線形性問題は、光周波数領域反射測定 (optical frequency domain reflectometry; OFDR)¹⁸⁾ においても重要な課題であり、外部波長計、あるいは参照用干渉計を用いて解決する手法が提案されている。第1の手法

E-mail: katsuichi.kitagawa@nifty.com

47 巻 4 号 (2018) **165** (35)

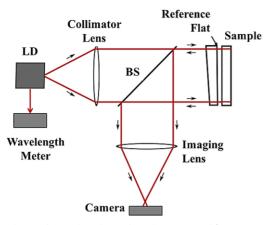


Fig. 1 Setup for Fizeau interferometer with a wavelength tunable laser.

は、波長計データによりレーザー波長をフィードバック制御する方法¹⁹⁾である。第2の手法は、波長計出力によりカメラの撮像タイミングを制御する方法²⁰⁾である。第3の手法は、波長データにより輝度信号を一定波長間隔のデータにリサンプリングする方法²¹⁾である。しかし、いずれも制御系、あるいは信号処理アルゴリズムの開発が必要であり、汎用性にも乏しい。

一方、PSI 法において、位相シフト量の変動を許容するために、シフト量を未知変数として最小二乗法などにより推定する提案 5.22-25) がある。しかし、それらはモデル式が単純な不透明物体を測定対象としたものである。それに対し、今回の透明物体の場合は三光東干渉であって、モデル式が3個の周期関数を含んでいる。このため未知変数が多く、局所解が複雑に分布する多峰性解空間の最適化問題となり、実用性は乏しいと予想される。

筆者らは上記の問題点を解決するため、任意波長シフト 干渉法(arbitrary wavelength shifting interferometry; AWSI 法とよぶ)を提案する²⁶. 本手法では、波長計による波長 実測値を直接的に最小二乗適合に使用して、表面形状、裏 面形状、板厚分布を推定する。これにより波長走査の精度 が不要となり、任意の波長シフトが許容される。本報で は、提案手法と、計算機および実試料による実験結果を報 告する。なお、本提案のように波長計による波長実測値を 利用して WSI 法における波長シフト量を任意化する研究 は、筆者らが知る限り、これまでに報告されていない。

2. 測定原理

Fig. 1 に示すようなフィゾー干渉光学系を構成する. 光源に波長可変レーザーを使用し, 任意の波長にシフト可能とする. シフトされた波長は, 高精度波長計で実測され

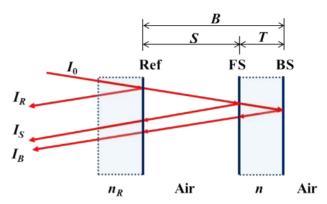


Fig. 2 Schematic of 3-beam interference in the Fizeau interferometer.

る. 試料が透明な場合は三光東干渉となり、干渉画像は、(1) 参照面と試料表面、(2) 参照面と試料裏面、(3) 試料表面と裏面、による3個の干渉画像が重畳したものとなる(後出のFig.6参照). 任意波長シフト時のこれら3個の信号の分離アルゴリズム開発が、本研究の主要な目的である.

Fig. 2 に示すフィゾー干渉計において,参照面 Ref,表面 FS,裏面 BS がこの順に配置され,Ref-FS 間,Ref-BS 間,FS-BS 間の各光学距離を S, B, T とすると,観測輝度 I は,Ref-FS 間干渉,FS-BS 間干渉が位相反転することを考慮して,次式のように表される.

$$I = I_S + I_B + I_R - 2\sqrt{I_S I_R} \cos(4\pi S/\lambda) + 2\sqrt{I_B I_R} \cos(4\pi B/\lambda) - 2\sqrt{I_S I_B} \cos(4\pi T/\lambda)$$
(1)

ただし、 I_S 、 I_R 、 I_R は各界面での反射光量である.

なお、Fig. 2 においては二次以降の多重反射光を無視しているが、この妥当性を簡潔に補足する。二次反射光は一次反射光に比較して 2 回の界面反射を経ている。界面反射率はガラスの場合約 4% であるので、二次反射光量は一次反射光量の 0.2%以下になる。また、干渉振幅は光量の積の平方根に比例するので、一次光による干渉振幅の約 4%となる。この干渉成分は、他の条件にも依存するが、通常は最小二乗法適合により測定結果への影響が最小化され、結局、無視できると予想される。

式 (1) をモデルとして、波長シフト時の観測輝度をモデル適合しようとすると、T = B - S であるから、未知変数は I_S , I_B , I_R , S, B の S 個となる.

ところで、このモデル関数は3個の周期関数の和であり、最小二乗適合は、複雑な多峰性解空間をもつ非適切 (ill-posed) な最適化問題となる。そこで、空気の屈折率を1とし、参照板屈折率 n_R と試料屈折率 n_R を既知とすることにより、未知変数の削減を図る。Fig. 2 において、Ref 面、FS 面、BS 面の界面反射率 R_R , R_S , R_B は、

$$R_R = \{ (n_R - 1)/(n_R + 1) \}^2$$
 (2)

$$R_S = R_B = \{(n-1)/(n+1)\}^2 \tag{3}$$

で表される。

また、参照面入射光量を Io とすると、次式が成立する。

参照面反射光量
$$I_R = I_0 R_R$$
 (4)

表面反射光量
$$I_S = I_0 (1 - R_R)^2 R_S$$
 (5)

裏面反射光量 $I_B = I_0(1-R_R)^2 R_S(1-R_S)^2$ (6) 式(4),(5),(6)により式(1)を書き換えると,

$$I = I_0[a - b_S \cos(4\pi S/\lambda) + b_B \cos(4\pi B/\lambda)$$

$$-b_T \cos \left\{ 4\pi (B-S)/\lambda \right\}$$
 (7)

が得られる。ただし、a, b_S , b_B , b_T は、式 (4)~(6) を利用して

$$a = (I_S + I_B + I_T)/I_0 = R_R + (1 - R_R)^2 R_S + (1 - R_R)^2 R_S (1 - R_S)^2$$
(8)

$$b_S = 2\sqrt{I_R I_S}/I_0 = 2(1-R_R)\sqrt{R_R R_S}$$
 (9)

$$b_B = 2\sqrt{I_R I_B}/I_0 = 2(1-R_R)(1-R_B)\sqrt{R_R R_B}$$
 (10)

$$b_T = 2\sqrt{I_S I_B}/I_0 = 2(1-R_R)^2(1-R_S)R_S$$
 (11)

と表され、式(2)、(3)を利用して屈折率から計算可能な既知変数である。よって、モデル式は式(7)のようになり、未知変数は I_0 、S, B の3個に削減された。 I_0 は照明光量などに依存する装置定数であり、S, B は測定対象であるから、未知変数3個は理論上の下限値といえる。また、未知変数の削減は、最小二乗適合の安定化(局所解回避)だけでなく、計算負荷低減にも効果がある。

次に、波長シフトを考える。式(7)において、波長を変化させて輝度を観測し、未知変数の I_0 , S, B を求めるのが波長シフト法である。しかし、S, B の絶対値を求めることは、干渉信号の周期性と干渉次数が未知であることから、実用上非常に困難である。そこで、通常の位相シフト干渉法と同様に、S, B の初期波長 λ_0 における位相の 2π 以下の端数成分を未知変数 ϕ_{S0} , ϕ_{B0} とする。

波長シフト量を $\Delta\lambda_i$ ($i=1,2,\cdots,m$) とすると,i番目の波長は $\lambda_i=\lambda_0+\Delta\lambda_i$ である.この波長における距離 S の位相 ϕ_{Si} は, $\phi_{Si}=4\pi S/\lambda_i$ であり,初期位相からの位相シフト量は, $\Delta\phi_{Si}=-4\pi S(\Delta\lambda_i)/\lambda_i\lambda_0$ となる.すなわち,位相シフト量は距離 S に依存するが,これは未知量である.そこで,未知変数 S の推測値 S_0 を用いると,位相シフト量は,

$$\Delta \phi_{Si} = -4\pi S_0(\Delta \lambda_i) / \lambda_i \lambda_0 \tag{12}$$

となる. 同様に、変数Bの推測値 B_0 を用いて、

$$\Delta \phi_{Bi} = -4\pi B_0 (\Delta \lambda_i) / \lambda_i \lambda_0 \tag{13}$$

$$\Delta \phi_{Ti} = -4\pi (B_0 - S_0)(\Delta \lambda_i)/\lambda_i \lambda_0 \tag{14}$$

である。すなわち、式 (12)~(14) が波長シフト量から位相シフト量への換算式である。なお、推測値の誤差の影響を考察した結果、影響は非常に小さく、実用上無視できると判断される (補足 1 参照).

よって、波長 λ を初期値 λ_0 から $\Delta \lambda_i$ だけシフトした場合のモデル式は、式 (7) を変形して

$$I(i) = I_0[a - b_s \cos(\phi_{S0} + \Delta\phi_{Si}) + b_B \cos(\phi_{B0} + \Delta\phi_{Bi}) - b_T \cos\{(\phi_{B0} - \phi_{S0}) + (\Delta\phi_{Bi} - \Delta\phi_{Si})\}]$$
(15)

このモデル式の未知変数は,入射光量 I_0 ,位相 ϕ_{50} , ϕ_{B0} であり,次式で定義される観測値 I_i とモデルとの最小二乗適合により推定可能である.

 $SSE(I_0, \phi_{S0}, \phi_{B0}) \equiv \sum_{i=1}^m [I_i - I(i)]^2 = \min$ (16) この最小二乗適合問題を解ける必要条件は、 $m \ge 3$ である.この最小二乗適合は非線形であり、通常の逐次最適化計算法では計算負荷が高い.そこで、以下に述べる線形化により、演算高速化を図る.

加法定理を使用してモデル式 (15) を変形し、 $C_S = I_0 \cos \phi_{S0}$ 、 $S_S = I_0 \sin \phi_{S0}$ 、 $C_B = I_0 \cos \phi_{B0}$ 、 $S_B = I_0 \sin \phi_{B0}$ 、 $C_T = I_0 \cos \phi_{T0}$ 、 $S_T = I_0 \sin \phi_{T0}$ と変数変換すると、式 (15)、(16) は

$$I(i) = aI_{0} - b_{s} \cos (\Delta \phi_{Si})C_{S} + b_{s} \sin (\Delta \phi_{Si})S_{S} + b_{B} \cos (\Delta \phi_{Bi})C_{B} - b_{B} \sin (\Delta \phi_{Bi})S_{B} - b_{T} \cos (\Delta \phi_{Ti})C_{T} + b_{T} \sin (\Delta \phi_{Ti})S_{T}$$
(17)
$$SSE(I_{0}, C_{S}, S_{S}, C_{B}, S_{B}, C_{T}, S_{T}) \equiv \sum_{i=1}^{m} [I_{i} - I(i)]^{2} = \min$$
(18)

となり、線形最小二乗法問題になる。未知数は I_0 , C_S , S_S , C_B , S_B , C_T , S_T の 7 個であり、7 元一次連立方程式として解析的に解くことができる(補足 2 参照)。得られた解から、相対位相 ϕ_{S0} , ϕ_{B0} , ϕ_{T0} は、 ϕ_{S0} = $\operatorname{atan}(S_S/C_S)$, ϕ_{B0} = $\operatorname{atan}(S_B/C_B)$, ϕ_{T0} = $\operatorname{atan}(S_T/C_T)$ により求められる。

以上に述べた波長シフト法の測定原理を図解すると、Fig. 3 のようになる。左半分は、波長実測値とS、B の推測値からの位相シフト量計算ブロックであり、右半分は、モデル式(15)の入力である位相シフト量と出力である観測輝度値から、3 個の未知変数(入射光量 I_0 、位相 ϕ_{S0} 、 ϕ_{B0})を推定する逆問題を表すブロックである。

得られた表面位相 ϕ_{SO} , 裏面位相 ϕ_{BO} から, 以下の手順により, 相対的かつ物理的な表面・裏面形状変動 $\Delta S'$, $\Delta B'$ と板厚変動 $\Delta T'$ を求める

- (1) 表面位相のアンラッピングにより、表面位相 Φ_{S0} を 得る
- (2) 表面高さ変動 $\Delta S = (\Phi_{S0}/2\pi)(\lambda_0/2)$
- (3) 試料側から見た表面高さ変動 $\Delta S' = -\Delta S$
- (4) 板厚位相 $(\phi_{B0}-\phi_{S0})$ のアンラッピングにより、板厚位相 Φ_{T0} を得る
- (5) 物理的板厚変動 $\Delta T' = (\Phi_{T0}/2\pi)(\lambda_0/2)/n$
- (6) 物理的裏面高さ変動 $\Delta B' = \Delta S + \Delta T'$

47 巻 4 号 (2018) 167 (37)

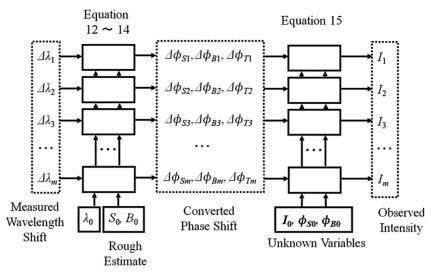


Fig. 3 Schematic of data processing for arbitrary wavelength shifting algorithm.

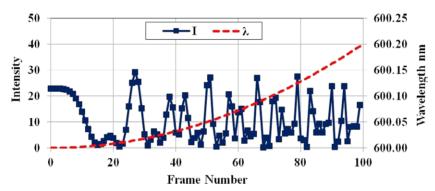


Fig. 4 Simulated interferogram and wavelength change corresponding to frame number.

3. 計算機実験

3.1 実験方法

以下の条件で、理論波形を作成した。(1) 初期波長 $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$; (2) 波長シフト量 $\Delta \lambda_i = 0.2(i-1)^2/99^2$; (3) シフト回数 m = 100; (4) 入射光量 $I_0 = 100$; (5) 表面距離 S = 10 mm; (6) 物理的板厚 T' = 10 mm; (7) 参照板屈折率 $n_R = 1.46$; (8) 試料屈折率 n = 1.46; (9) 裏面距離 B = 24.6 mm.

波長シフト量は、直線的でないことを強調するために、Fig. 4 の点線に示すように $0\sim0.2$ nm のレンジでの二次関数変化を仮定した。得られた波形を Fig. 4 の実線に示す。波長シフト量から位相シフト量への換算のために必要な推測値 S_0 , B_0 は真値とした。

3.2 実験結果

適合結果を Table 1, Fig. 5 (a) に示す。入射光量,表面・裏面位相が正しく推定されている。また,適合抽出された表面,裏面,膜厚の信号波形を Fig. 5 (b), (c), (d) に示す。また,輝度信号に \pm 5% のランダムノイズを付加しても,安定に真値が得られることを確認した。

Table 1 Estimation results.

Variable	True	Estimated	Error
I_0	100	100.00	0.00
ϕ_{S0} [rad]	2.09	2.09	0.00
ϕ_{B0} [rad]	0.00	0.00	0.00

4. 実試料実験

4.1 実験方法

Fig. 1 に示したフィゾー干渉計を構築し、試料として片面が凸面、反対面が凹面のガラス板(屈折率 1.50、サイズ 125×125 mm、厚さ 10 mm)を参照面距離 18.8 mm に設置した。干渉計の視野は直径約 300 mm で、参照面の屈折率は 1.54 である。光源として温度制御による波長可変レーザーダイオード(LD)を採用した。この LD は中心波長が 634 nm であり、温度制御による波長変化量は約 0.04 nm/K である。PC からアナログ電圧信号により温度を制御し、波長を最大 0.5 nm シフトすることが可能である。

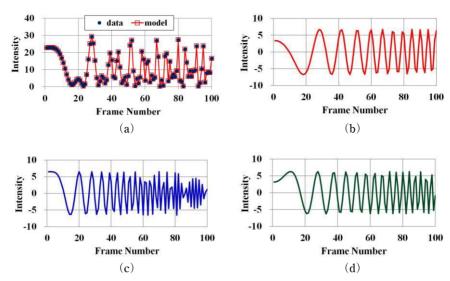


Fig. 5 Results of simulated interferograms. (a) Simulated superimposed interferogram, (b) separated interferogram between Ref-FS, (c) separated interferogram between Ref-BS,



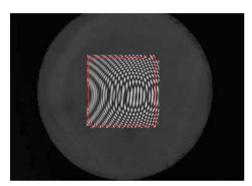


Fig. 6 Measurement area of interference image.

波長計は、干渉計を原理とした市販品で、公称精度は 0.7 pm であり、USB インターフェースにより PC に接続される.

カメラは、 1360×1024 画素、モノクロ 8 bit、12 fps のもので、USB インターフェースにより PC に接続した。

本実験により得られた初期波長における干渉画像をFig. 6 に示す。中央の矩形部(394×394 画素;115 mm 角相当)を測定領域とした。また,LD の温度を 18.0° C(波長約 634.09 nm)から 24.3° C(波長約 634.31 nm)まで階段状に変化させて,128 回の波長シフトを実施し,画像を取得した。位相シフト量計算に使用する概略値は, $S_0=18.8$ mm, $T_0=10.0$ mm とした。なお,LD の波長シフト時には,LD の出力も変化する。この影響は,LD の波長と出力とが直線関係にあることを利用し,実測輝度平均値からその勾配を求めて輝度補正した。

提案アルゴリズムを、C言語を用いて Windows PC に実装した。計算フローは以下のようになる。

- (1) 波長シフト量を位相シフト量に換算
- (2) LD 出力変化の補正
- (3) 画面内の各画素で、最小二乗適合法による位相推定
- (4) 位相アンラッピング
- (5) 実寸換算

位相アンラッピングには多くの手法が提案されているが²⁷⁾, 筆者らは近傍接続法をベースとした独自のアルゴリズムを採用した.

また,得られる測定値は相対値であり,試料設置時の傾きを除去するために,下記の後処理計算を追加した.

- (1) 表面・裏面形状: 全面の高さデータに適合した平 面からの偏差に変換
- (2) 板厚: 全面平均値からの偏差に変換

4.2 実験結果

実測された波長と、その直線性誤差を Fig. 7 (a) に示す。初期波長は 634.095 nm、最終波長は 634.307 nm、全波長シフト量は 0.212 nm、1回あたりの平均波長シフト量は 1.66 pm となった。また、 ± 5 pm 程度の直線性誤差が観測されたが、本提案手法は任意波長を前提としており、問題にならない。

座標原点の輝度波形を Fig. 7 (b) に示す。LD の出力変化の影響により,輝度が次第に低下している。Fig. 7 (c) は,波長を横軸とし,原点の輝度値と全点平均輝度値を縦軸としたプロットである。その回帰直線の回帰係数 a=-141.19,切片 b=89601 から,単位波長 [nm] あたりの出力変化率 (a/b)=-0.1576% が得られる。この変化率を用いて輝度補正した結果を Fig. 7 (d) に示す。LD の出力

47 巻 4 号 (2018) **169** (39)

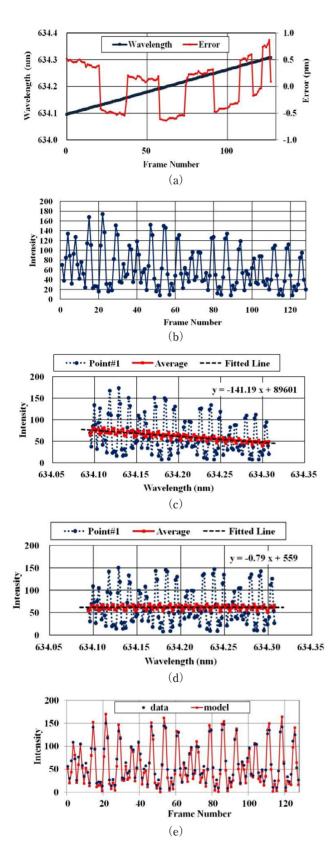


Fig. 7 Experimental results. (a) Measured wavelength, (b) interferogram at the center point, (c) interferogram before intensity compensation, (d) interferogram after intensity compensation, (e) interferogram with its best-fit model. [See color figures in the online edition.]

変動が補正され、各画面の平均輝度値がほぼ一定になっている.

補正された輝度データと適合モデル波形を Fig. 7 (e) に示す。また,全面の位相推定結果を Fig. 8 (b), (c), (d) に示す。Fig. 8 (a) の重畳縞画像が 3 個の縞画像に分離されていることがわかる。これらの位相分布からアンラッピングとデータ後処理を経由して得られた形状・板厚推定結果を Fig. 9 に示す。また,中心点を通る横方向のラインプロファイルを Fig. 10 に示す。表面形状が凸,裏面形状が凹,板厚が傾斜して測定された。

この結果の検証のために、測定対象の裏面に反射防止処理を施し、ピエゾによる微細移動機構を用いた通常の位相シフト法(PSI法)による表面形状測定を行った。PSI法の条件は、シフト量 90°、シフト回数 5 回である。結果をFig. 11 に示す。Fig. 11 (a) は試料表面側を測定対象としたときの干渉画像であり、Fig. 11 (b) は測定結果のラインプロファイルである。また、Fig. 11 (c)、(d) は裏面側を測定対象としたときの画像と結果である。Fig. 11 (b)、(d) において、点線で示す PSI 法と実線で示す本提案手法(AWSI 法)の測定結果はよく一致している。

次に、測定の再現性評価実験の結果を Fig. 12 に示す。これは 2 回の測定による表面形状ラインプロファイルと、その差を示したもので、測定の再現性 (RMS) σ は 2.0 nm であった。

測定時間は画像取得時間と計算時間の和であるが,前者はシフトごとに1sの待ち時間を入れているので,128回の波長シフトの場合128sであり,後者は市販のWindows PC (CPU: Core i7 6700K, 4 GHz)を使用して約3sであった.これらの時間は短縮の可能性が十分にあり,たとえば数nmの測定値変動を許容すれば,シフト回数を32回まで低減できることが確認されている.

5. 結 言

フィゾー干渉計と波長シフト干渉法による透明板の表面 形状,裏面形状,板厚分布の一括同時測定法において,高 精度な直線的波長走査を必要とせず,任意の波長シフトを 許容する新しい手法 (AWSI 法)を開発した。本手法は外 部の波長計でレーザーの波長を実測し,得られた波長シフト量を位相シフト量に換算する。次に,得られた位相シフト量と観測輝度値を位相シフト法の干渉信号モデルに最小 二乗適合して位相を求める。本解法の安定化(局所解回 避)と高速化のために,参照面と試料の屈折率を既知として,未知変数の個数を理論上の下限である3個に削減した。また,演算高速化のために,非線形最小二乗問題を変

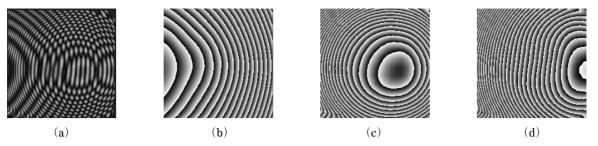


Fig. 8 Interference image and estimated phases. (a) Original image, (b) phase of front surface, (c) phase of back surface, (d) phase of thickness.

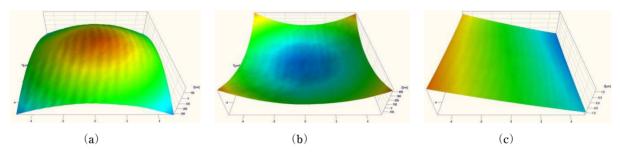


Fig. 9 Measured 3D profiles. (a) Front surface, (b) back surface, (c) thickness.

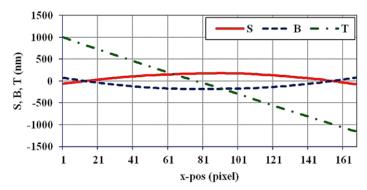


Fig. 10 Estimated horizontal line profiles at the center position.

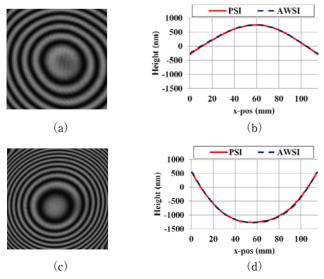


Fig. 11 Comparison between results of PSI and AWSI methods. (a) Surface interference image, (b) surface profiles, (c) back surface interference image, (d) back surface profiles.

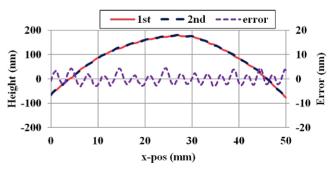


Fig. 12 Repeatability evaluated by front surface profile measurements.

47 巻 4 号 (2018) **171** (41)

数変換により線形化した.

計算機実験と実試料実験により、提案手法の妥当性を確認した. 厚さ 10 mm の凹凸ガラス板の表面形状測定結果は、裏面に反射防止処理をして測定した従来の位相シフト法測定結果と相似した. 測定の再現性 (RMS) は2.0 nmであった. 解析時間は、394×394 画素の測定領域の場合で3 s と非常に高速である.

本手法は、高精度な波長走査が不要であり、市販の波長可変 LD 光源を利用して比較的安価に実用的な測定装置を実現できる。

補足1 推測値の誤差の影響

2章において,波長シフト量から位相シフト量を求めるために,未知変数Sの推測値 S_0 を使用し,その推測誤差が十分小さいと仮定している。ここでは,その推測誤差の影響を未知変数Sに注目して解析する。すなわち,推測誤差 ε_S が位相 ϕ_{S0} の推定に及ぼす影響を求める。

(1) 理論解析

Sの推測値 S_0 が推測誤差 ε_0 を含むとすると、

$$S_0 = S + \varepsilon_S \tag{1-1}$$

である. このときに得られる位相シフト量 $\Delta \phi'_{Si}$ は,式 (12) および式 (1-1) より,

$$\Delta \phi'_{Si} = -4\pi (S + \varepsilon_S)(\Delta \lambda_i)/\lambda_i \lambda_0 = \Delta \phi_{Si} - 4\pi \varepsilon_S(\Delta \lambda_i)/\lambda_i \lambda_0$$
(1-2)

となる。この式の右辺第2項が位相シフト量の誤差であり、

$$\delta\phi_{Si} = -4\pi\varepsilon_{S}(\Delta\lambda_{i})/\lambda_{i}\lambda_{0} \tag{1-3}$$

で表される。この誤差は、 ϵ_S 、 $\Delta \lambda_i$ に比例し、S に依存しない

このとき、最小二乗法適合により得られる位相推定値 ϕ_{S0} の誤差 $\delta\phi_{S0}$ は、波長シフト量 $\Delta\lambda_i$ がほぼ直線状に変化 すると仮定して、式 (15) より、

$$\delta\phi_{S0} = -\operatorname{avg}(\delta\phi_{Si}) \tag{1-4}$$

と推測される.ここで,avg()は i = [1, m]の平均値を表す.式 (1-3) および式 (1-4) より

$$\begin{split} \delta\phi_{S0} &= (4\pi\varepsilon_{S}/\lambda_{0})[\operatorname{avg}(\Delta\lambda_{i}/\lambda_{i})] \\ &\simeq (4\pi\varepsilon_{S}/\lambda_{0})(\Delta\lambda_{i\max}/2\lambda_{0}) \\ &= 2\pi\varepsilon_{S}\Delta\lambda_{i\max}/\lambda_{0}^{2} \end{split} \tag{1-5}$$

となる。ここで、 $\Delta \lambda_{\text{imax}}$ は最大波長シフト量である。実寸換算すると、推定誤差 δS は次式で表される。

$$\delta S = (\Delta \phi_{S0}/2\pi)(\lambda_0/2)$$

$$= (\Delta \lambda_{imax}/2\lambda_0)\varepsilon_S$$
(1-6)

すなわち、推測誤差の $(\Delta \lambda_{\rm imax}/2\lambda_0)$ 倍になる。たとえば、 実試料実験での条件の場合、 $\Delta \lambda_{\rm imax}/2\lambda_0 \simeq 0.2/(2*600) \simeq 1/6000$ であり、 $\varepsilon_S = 100~\mu{\rm m}$ ならば、 $\delta S \simeq 16~{\rm nm}$ となる。

(2) 計算機実験と考察

前節の理論考察結果を計算機実験により検証する。3.1 節の実験条件において、Sの推測誤差が $100 \mu m$ の場合を試算すると、Sの位相誤差は0.34 rad、高さ推定誤差は16.3 nm となり、理論解析結果とほぼ一致する。

以上の結果から,推測値の誤差の影響を実用上の観点から考察する.まず,S, B, Tの推測はノギスなどの通常計測器を使用して $100~\mu m$ の精度で可能と思われ,推定誤差は約16~n m になる.また,この推定誤差は,式(1-6)で表されるように画面内の座標に依存せず,ほぼ同一の値を取るので,4.1 節記載の後処理計算,すなわち適合平面や平均値からの偏差を求める処理で,大幅にキャンセルされることが予想される.

補足2 線形最小二乗法の解法

2章において述べた線形最小二乗法の具体的な解法を述べる.式(17)を式(18)に代入し,SSEの各未知変数による偏微分をゼロと置いて,次の7元連立方程式が得られる

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{Y}$$

ただし,

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} I_0 \\ C_S \\ S_S \\ C_B \\ S_B \\ C_T \\ S_T \end{vmatrix}$$
(2-2)

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \Sigma I_i \\ \Sigma I_i C_{Si} \\ \Sigma I_i S_{Si} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \Sigma I_i C_{Bi} \\ \Sigma I_i S_{Bi} \\ \Sigma I_i S_{Ti} \\ \Sigma I_i S_{Ti} \end{bmatrix}$$
(2-3)

であり、 Σ は i=1, m の和を表す。また、 $C_{Si}=\cos{(\Delta\phi_{Si})}$ 、 $S_{Si}=\sin{(\Delta\phi_{Si})}$ 、 $C_{Bi}=\cos{(\Delta\phi_{Bi})}$ 、 $S_{Bi}=\sin{(\Delta\phi_{Bi})}$ 、 $C_{Ti}=\cos{(\Delta\phi_{Ti})}$ 、 $S_{Ti}=\sin{(\Delta\phi_{Ti})}$ である。

実試料実験では、この7元一次連立方程式をガウスの消去法により解いた。

謝辞

本研究において,実験システム構築と実試料実験に貢献 していただいた株式会社溝尻光学工業所 宮本義博氏に謝 意を表する.

文 献

- 1) 石井行弘:光学, 17 (1988) 295-296.
- 2) 石井行弘, 小野寺理文:精密工学会誌, 64 (1998) 1294-1298.
- 3) J. Schmit, K. Creath and J. C. Wyant: "Wavelength scanning interferometer," *Optical Shop Testing*, 3rd ed., ed. D. Malacara (John Wiley & Sons, New York, 2007) pp. 724–731.
- 4) 日比野謙一:光学, 37 (2008) 564-569.
- 5) 岡田勝行, 作田博伸, 佐藤 敦, 辻内順平: "半導体レーザーを用いた新しい干渉計測法", 第5回光波センシング技術研究会講演論文集 (1990) pp. 161-167.

- K. Okada, H. Sakuta, T. Ose and J. Tsujiuchi: Appl. Opt., 29 (1990) 3280–3285.
- 7) 北川克一, 溝尻 旬:"波長走査干渉法による透明板の表面形 状と板厚分布の同時測定", 精密工学会秋期大会学術講演論文 集(仙台, 2015) pp. 771-772.
- 8) P. de Groot: Appl. Opt., 39 (2000) 2658-2663.
- 9) K. Hibino and T. Takatsuji: Opt. Rev., 9 (2002) 60-65.
- K. Hibino, B. F. Oreb, P. S. Fairman and J. Burke: Appl. Opt., 43 (2004) 1241–1249.
- K. Hibino, J. Burke, R. Hanayama and B. F. Oreb: Opt. Express, 12 (2004) 5579–5594.
- 花山良平, 日比野謙一, J. Burke, B. F. Oreb, 割澤伸一, 光石 衛:精密工学会誌, 71 (2005) 579-583.
- 13) 金 亮鎮, 日比野謙一, 尾藤洋一, 大澤尊光, 杉田直彦, 光石 衛:精密工学会誌, 76 (2010) 243-248.
- 14) L. L. Deck: Proc. SPIE, 4451 (2001) 424-431.
- 15) L. L. Deck: Appl. Opt., 42 (2003) 2354-2365.
- O. Sasaki, S. Hirakubo, S. Choi and T. Suzuki: Appl. Opt., 51 (2012) 2429–2435.
- F. Gao, H. Muhamedsalih and X. Jiang: Opt. Express, 20 (2012) 21450–21456.
- 18) K. Yuksel, M. Wuilpart, V. Moeyaert and P. Megret: "Optical frequency domain reflectometry: A review," Proc. of 11th International Conference on Transparent Optical Networks (Ponta Delgada, 2009) pp. 1–5.
- K. Iiyama, L. T. Wang and K. I. Hayashi: J. Lightwave Technol., 14 (1996) 173–178.
- 20) E. Brinkmeyer and U. Glombitza: "High-resolution coherent frequency-domain reflectrometry using continuously tuned laser diodes," in Optical Fiber Communication, vol. 4, OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, 1991), paper WN2
- R. Huber, M. Wojtkowski, K. Taira, J. G. Fujimoto and K. Hsu: Opt. Express, 13 (2005) 3513–3528.
- K. Okada, A. Sato and J. Tsujiuchi: Opt. Comm., 84 (1991) 118– 124.
- 23) G. S. Han and S. W. Kim: Appl. Opt., 33 (1994) 7321-7325.
- 24) Z. Wang and B. Han: Opt. Lett., 29 (2004) 1671-1673.
- R. Juarez-Salazar, C. Robledo-Sánchez, C. Meneses-Fabian, F. Guerrero-Sánchez and L. A. Aguilar: Opt. Lasers Eng., 51 (2013) 626–632.
- 26) 北川克一, 溝尻 旬: "波長シフト干渉法による透明板の表面 形状と板厚分布の同時測定", 精密工学会秋季大会学術講演会 論文集(茨城, 2016) pp. 29-30.
- 27) D. C. Ghihlia and M. D. Pritt: Two-dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software (John Wiley and Sons, New York, 1998).

47 巻 4 号 (2018) 173 (43)